Aufgabe 1 *(Kapillarflächen)*
Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ beschränktes Gebiet mit C^1-Rand. Betrachte für $u \in C^2(\overline{\Omega})$ und κ, $\sigma \in \mathbb{R}$ das Funktional

$$\mathcal{F}(u) = \int_\Omega \sqrt{1 + |Du|^2} + \frac{\kappa}{2} \int_\Omega u^2 + \sigma \int_{\partial\Omega} u \, d\mu.$$

Es gelte

$$\delta\mathcal{F}(u, \varphi) = 0 \qquad \text{für alle } \varphi \in C^2(\overline{\Omega}).$$

Berechnen Sie die resultierenden Gleichungen in Ω sowie auf $\partial\Omega$, und interpretieren Sie die Randbedingung geometrisch.

Aufgabe 2 *(Minimiumproblem ohne Lösung)*
Zeigen Sie, dass das Funktional

$$\mathcal{F}(u) = \int_0^1 \Big((u'(x)^2 - 1)^2 + u(x)^2 \Big) \, dx$$

sein Infimum auf $C^1((0,1))$ nicht annimmt.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 7.11.2011 vor der Vorlesung.